

文章编号:1007-9629(2011)06-

受侵蚀混凝土本构关系

刘汉昆, 李 杰
(同济大学 土木工程学院, 上海 200092)

摘要: 混凝土腐蚀具有内外不均匀的特点,这使得真正意义上的受侵蚀混凝土本构关系一直都没有得到求解,为此提出了试验与数值模拟相结合的技术思路以解决上述问题. 首先,利用 Fick 第二定律对腐蚀后砂浆和界面过渡区(ITZ)的细观本构关系分层修正,应用 CT 技术在细观层面模拟混凝土试件受硫酸钠侵蚀后的应力-应变曲线;其次,利用力学试验结果,识别给出蚀强率参数;最后,对砂浆和 ITZ 的腐蚀程度进行全截面均匀化,通过数值模拟得到受侵蚀混凝土本构关系. 基于此,提出了任一腐蚀介质质量分数下试件内任一位置受侵蚀混凝土本构关系的分析流程.

关键词: 混凝土; 硫酸钠腐蚀; CT 技术; Fick 第二定律; 细观本构关系; 数值模拟

中图分类号: TU 528.0 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1007-9629.2011.06.000

Constitutive Law of Attacked Concrete Materials

LIU Han-kun, LI Jie
(Department of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Due to nonuniform corrosion across the section of specimen, it is very difficult to obtain constitutive law of attacked concrete. A method combining experiment and simulation was proposed to solve the problem. Firstly, with Fick's Second Law, it modifies the meso-scope constitutive law of attacked mortar and ITZ, with which the stress-strain curves of specimen exposed to sodium sulfate-bearing solution is simulated by using CT technique. Secondly, the strength reduction ratio of mortar and ITZ are identified with comparison of experiment results. Thirdly, with corrosion harmonization, the method simulates the constitutive law of uniformly attacked concrete. In view of the work above, it gives a procedure to analyze the constitutive law of attacked concrete in any location of concrete structure at any ionic mass fraction.

Key words: concrete; sodium sulfate attack; X-ray microtomography; Fick's Second Law; meso-scope constitutive law; simulation

地下管网、近海建筑、海洋平台以及海底石油储存装置等建筑物或构筑物,大多属于混凝土或大体积混凝土结构.在服役过程中,这些建筑物或构筑物必然遭受环境侵蚀的影响.尤其是硫酸盐对混凝土的腐蚀,给我国经济带来了重大损失^[1-2].在这种背景下,普通混凝土的本构关系已经难以满足对受侵蚀混凝土结构进行非线性性能分析的需求,受侵蚀

混凝土本构关系开始提到研究进程之中^[3-5].

大量的腐蚀试验结果说明,混凝土试件腐蚀后呈现“夹心饼”式的腐蚀模式.这是由于腐蚀介质的扩散效应引起的.设图 1 所示的构件处于腐蚀性环境当中,图中深色区域表示腐蚀介质侵蚀后的混凝土.如果要对该情况下结构的安全性或耐久性进行模拟、预测和评估,第一步要解决的就是对于箭头所

收稿日期:2010-06-23; 修订日期:2010-09-17

基金项目:国家自然科学基金创新研究群体科学基金资助项目(50321803;50621062);国家自然科学基金青年科学基金资助项目(50608057).

第一作者:刘汉昆(1985—),男,河北邯郸人,博士研究生. Email:liuhankuncivil@hotmail.com

通信作者:李 杰(1957—),男,河南开封人,长江学者,同济大学教授,博士生导师,博士. E-mail:lijie@tongji.edu.cn

指的单元应该采用什么样的本构关系. 显然, 用图 2(b)所示“夹心饼”试件所对应的本构关系是错误的, 因为该腐蚀情况对应的力学性能不能描述图 1 箭头所指单元的(近似)均匀腐蚀情况. 对所指单元, 需要引用图 2(c)所示的全截面均匀腐蚀试件所对应的力学性能. 确切来讲, “夹心饼”试件对应的应力-应变(ϵ)关系不能称为受侵蚀本构关系. 因此, 笔者把图 2(c)所示试件对应的应力-应变关系定义为受侵蚀混凝土本构关系.

是否可以得到真正意义上的受侵蚀本构关系, 取决于“夹心饼”问题的解决与否. 一些学者也试图

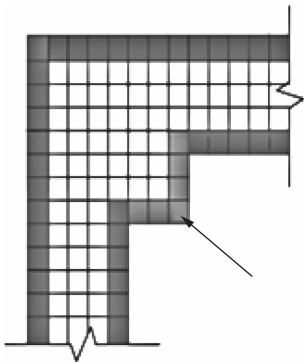
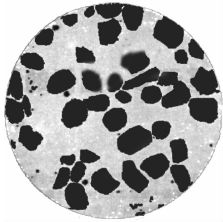
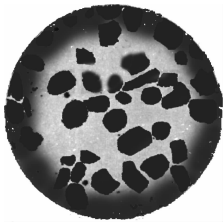


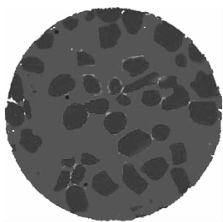
图 1 受侵蚀构件
Fig. 1 Attacked structural element



(a) Uncorroded cross section (from CT)



(b) Partly corroded cross section



(c) Perfect uniformly corroded cross section

图 2 不同腐蚀情况的截面图
Fig. 2 Cross section of different corrosion

消除“夹心饼”的影响, 使截面发生近乎均匀的腐蚀. 他们通常采用如下 2 种方式: 一是采用小试件加速腐蚀的方式^[6-8]. 这虽然可以使截面腐蚀状况向均匀腐蚀更接近一些, 但不可避免的是成型和破坏时的环境条件、试验条件的微小变化都可能对小尺寸试件试验结果产生显著的影响, 使试验结果的离散性很大^[9], 同时也难以消除内外腐蚀不均匀现象. 二是在试件中设置一些细小的孔^[5], 扩大试件与腐蚀液的接触面积以达到均匀腐蚀. 显然这会给试件带来初始损伤, 失去了本构的意义; 同时, 这种腐蚀也不同于实际的腐蚀情况.

要得到真正意义上的混凝土受侵蚀本构关系, 就必须消除“夹心饼”现象, 这很难通过试验手段来实现. 采用试验与数值模拟相结合的方式可否达成这一目的? 这便是本文研究的出发点. 文献[10]已经初步验证了基于 CT 技术采用简化的细观本构模型进行未腐蚀混凝土本构关系模拟的正确性. 在此基础上, 本文试图利用 Fick 第二定律对腐蚀后的混凝土三相——粗骨料、砂浆和界面过渡区(ITZ)的细观本构关系进行调整, 利用有限元软件 ABAQUS 对腐蚀前后的混凝土应力-应变曲线进行数值模拟; 通过与试验结果对比, 识别影响腐蚀层混凝土的关键参数; 通过全截面腐蚀均匀化, 利用数值模拟给出受侵蚀混凝土的本构关系. 这种试验与数值模拟相

结合的方法, 可以给出任一侵蚀介质质量分数条件下混凝土试件内任一点的受侵蚀混凝土本构关系.

1 CT 工作原理与三维重构

1.1 CT 工作原理

CT 扫描仪器是依据射线穿过介质后的衰减程度正比于介质密度这一原理进行工作的. 密度信息在 CT 图像上表现为组分区域的灰度信息, 而线性衰减系数 $\mu(x, y)$ 与物体的密度直接相关, CT 断层扫描实质上获取了断层区域内 $\mu(x, y)$ 的二维分布信息. 以水的衰减系数为标准来定义 CT 数, 则:

$$CT = \frac{\mu_{\text{material}} - \mu_{\text{water}}}{\mu_{\text{water}}} \times 1\,000 \tag{1}$$

其中: μ_{material} 与 μ_{water} 分别是物体与水的衰减系数.

通过式(1), 可以得到每一个像素的 CT 数, 每个 CT 数对应一个灰度值, 如此便形成了一个断层灰度图的数字矩阵. CT 机对物体进行垂直横断面方向的连续扫描, 就得到了一组 CT 灰度图.

1.2 MIMICS 三维重构

腐蚀试验结果^[11]表明: 棱柱体试件在角部会产生腐蚀集中现象, 故本文采用圆柱形试件进行腐蚀试验, 以消除这种不利现象.

对腐蚀前、后的混凝土试件进行 CT 扫描, 然后借助医用 MIMICS 软件对扫描得到的 CT 灰度图进

行三维重构,经不断地识别与修正,可以识别出混凝土试件中的各相介质,如图 3 所示.同时,对畸形单元进行修正,得到三维混凝土数值试件.

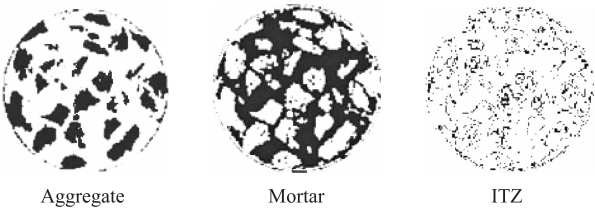


图 3 三相识别结果
Fig. 3 Recognition of concrete compositions

经过三维重构,可以得到一个三维的 CT 数矩阵.对三维数值试件划分有限元网格,根据每个有限元网格中所包含像素的 CT 数判定材料类型,采用简化的细观本构模型(折线模型)^[10],可对腐蚀区的单元赋以材料性质,详如下述.

2 腐蚀区细观本构关系的修正

2.1 相关参数的确定

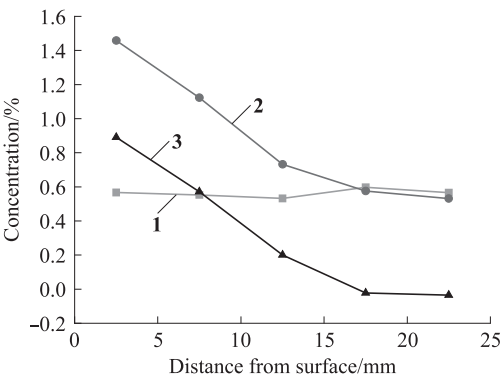
(1)硫酸根离子(SO₄²⁻)侵入深度

在同济大学材料试验室对 C30 圆柱体混凝土试件(直径 55 mm,高 110 mm)进行腐蚀,腐蚀条件为:恒温 25 ℃;质量分数为 8% 的硫酸钠溶液;塑料盒内密封浸泡 30 d.腐蚀之后,在同济大学岩石力学试验室的 INSTRON 岩石力学试验系统(属于数字控制的电液伺服试验机)上进行力学试验,然后在同济大学材料试验室通过滴定试验测定 SO₄²⁻ 质量分数,以此来确定 SO₄²⁻ 侵入深度.

试验中,将混凝土试件逐圈(5 mm 一圈)进行研磨,然后剔除骨料和砂子,得到水泥粉.将水泥粉放进清水中进行滴定来确定水泥粉中游离的 SO₄²⁻ 浓度(质量比,本段同),最后得到整个试件每一层中 SO₄²⁻ 浓度.分别对腐蚀前、后的混凝土试件进行 SO₄²⁻ 浓度分布的测定:腐蚀前的测定可以得知混凝土本身存在的 SO₄²⁻ 浓度分布;腐蚀后的测定可以获得硫酸钠溶液扩散和混凝土本身共同产生的 SO₄²⁻ 浓度分布.两者之差即为由于硫酸钠溶液扩散引起的 SO₄²⁻ 浓度分布,如图 4 所示.

(2)SO₄²⁻ 在混凝土中的扩散系数 D

当腐蚀液中的混凝土试件内外存在 SO₄²⁻ 浓度差时,将驱使 SO₄²⁻ 向混凝土内部扩散,该扩散过程近似服从 Fick 第二定律^[12],如式(2)所示.考虑到 SO₄²⁻ 在圆柱形(半径为 R)试件中的扩散属于径向对称扩散,故混凝土试件中 SO₄²⁻ 质量分数分布可



1—Concentration before attack; 2—Concentration after attack;
3—Concentration difference between after and before attack
图 4 硫酸钠腐蚀 30 d 后试件中 SO₄²⁻ 浓度分布图
Fig. 4 Concentration distribution of SO₄²⁻ in specimen after 30 d sulfate-attack

以采用式(2)~式(4)所示的具有初始条件的偏微分方程给出解答.图 5 为径向对称的试件截面和其上 SO₄²⁻ 质量分数分布示意图.

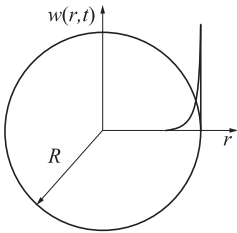


图 5 径向对称的截面及 SO₄²⁻ 质量分数分布
Fig. 5 Radial symmetric section and SO₄²⁻ mass fraction distribution

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \tag{2}$$

$$w(R, t \geq 0) = w_0 \tag{3}$$

$$w(R > r > 0, t = 0) = 0 \tag{4}$$

其中, w_0 为环境中的硫酸钠质量分数; r 为图 5 所示的径向坐标; $w(r, t)$ 为 t 时刻 r 处的 SO₄²⁻ 质量分数.

式(2)~式(4)对应的解为:

$$w(r, t) = w_0 + \frac{2Rw_0}{\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \exp\left(\frac{-Dn^2 \pi^2 t}{R^2}\right) \sin \frac{n\pi r}{R} \tag{5}$$

结合式(5),并通过与图 4 试验结果的对比,可以确定 SO₄²⁻ 在 C30 混凝土试件中的扩散系数为: $D = 0.52 \text{ mm}^2/\text{d}$.

(3)混凝土吸收介质的能力 m_0

SO₄²⁻ 侵入深度(h)^[5]取:

$$h = R - r = \sqrt{\frac{2Dw_0 t}{m_0}} \tag{6}$$

由已知条件 $w_0 = 0.08, t = 30 \text{ d}, D = 0.52 \text{ mm}^2/\text{d}$,

可求得 $m_0 = 8.15 \times 10^{-3}$.

(4) 蚀强率 k

对于混凝土中的砂浆和过渡区(ITZ),参照文献[5],假定腐蚀介质对其蚀强率与腐蚀介质质量分数成正比关系、且与腐蚀持续时间成线性关系,可给出如下蚀强公式:

$$\frac{f_{cd}(t)}{f_{c0}} = w_0 k(t - t_0), \quad t \geq t_0 \tag{7}$$

其中: t_0 为强度开始降低的时刻,本文为 20 d; f_{c0} 为未腐蚀混凝土的抗压强度; $f_{cd}(t)$ 为腐蚀引起的混凝土抗压强度折减值; k 为蚀强率,取决于介质的类型和混凝土的组成^[5].

在确定腐蚀区混凝土的三相细观本构关系时,可以认为:经硫酸钠溶液腐蚀后,混凝土中的粗骨料在腐蚀前后其物理和力学性质基本不发生变化,只有砂浆和 ITZ 发生变化^[13]. 所以,从细观层面考虑,“夹心饼”问题是由于混凝土内部的砂浆和 ITZ 存在不均匀腐蚀所引起的. 通过测试硬化水泥浆腐蚀

后的力学性能得到受侵蚀砂浆本构模型及其力学参数在试验上是不可行的. 只能通过腐蚀后应力-应变关系的试验结果和数值模拟结果的对比,反推砂浆和 ITZ 的蚀强率 k_m 和 k_{ITZ} .

2.2 细观本构关系的修正

由式(6)可得, SO_4^{2-} 侵入深度为 h 时所需时间 t 为:

$$t = \frac{h^2 m_0}{2Dw_0} \tag{8}$$

由于腐蚀作用,受侵蚀截面内混凝土强度的分布是不均匀的. 根据式(7)可得截面内强度降低值分布的微分方程,为:

$$\begin{cases} \partial f_{cd}(r,t) = f_{c0} w(r,t) k \partial t, & R-h < r \leq R \\ f_{cd}(r,t) = 0, & r \leq R-h \end{cases} \tag{9}$$

将式(5)代入式(9),可得腐蚀后砂浆和 ITZ 的强度分布为:

$$f_{ce} = f_{c0} - \int_{t_0}^t f_{c0} w(r,t) k dt = f_{c0} - \int_{t_0}^t k f_{c0} \left(w_0 + \frac{2Rw_0}{\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \exp\left(-\frac{Dn^2 \pi^2 t}{R^2}\right) \sin \frac{n\pi r}{R} \right) dt \tag{10}$$

将公式(10)整理得:

$$f_{ce}(r,t) = \begin{cases} f_{c0} - k f_{c0} w_0 \left[t - t_0 - \frac{2R^3}{D\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3} \sin \frac{n\pi r}{R} \left(e^{-\frac{Dn^2 \pi^2 t}{R^2}} - e^{-\frac{Dn^2 \pi^2 t_0}{R^2}} \right) \right], & R-h < r \leq R \\ f_{c0}, & r \leq R-h \end{cases} \tag{11}$$

当 $f_{ce}(r,t) \leq 0$ 时,即意味着材料失效,退出工作. 砂浆和 ITZ 在腐蚀后的强度分别为 $f_{ce,m}(r,t)$ 和 $f_{ce,ITZ}(r,t)$.

既有试验研究^[5]表明:在硫酸钠对混凝土腐蚀初期,峰值应力对应的应变变化不大. 故可对砂浆和 ITZ 的细观模型作如图 6 所示的修正.

前已述及,通过数值模拟与试验结果的对比,可以识别砂浆和 ITZ 的蚀强率 k_m 和 k_{ITZ} . 根据图 6 所

示的方法,可以得到一定质量分数下、某一标号试件在某一深度处砂浆和 ITZ 的受侵蚀细观本构关系.

3 受侵蚀混凝土试件的细观数值模拟

3.1 混凝土试件的分区

将 MIMICS 重构得到的单元在 MATLAB 中进行分区,即分为腐蚀区和未腐蚀区,如图 7 所示. 对不同的区赋予不同的细观本构关系:未腐蚀区中

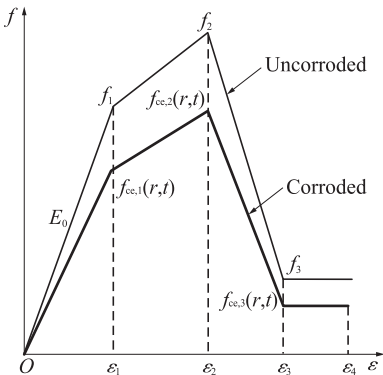


图 6 腐蚀前后的细观本构关系
Fig. 6 Meso-constitutive law before and after attack

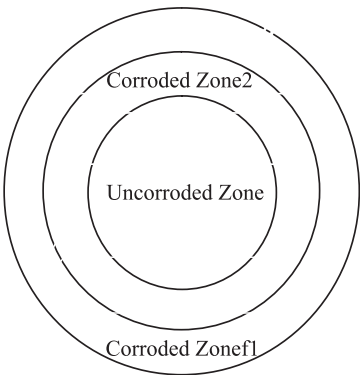


图 7 腐蚀后试件截面
Fig. 7 Specimen section of attacked concrete

的骨料、砂浆和 ITZ 按文献[12]取值;腐蚀区根据公式(11)并结合未腐蚀的细观本构关系进行赋值。

3.2 受侵蚀混凝土试件的数值模拟

以 C30 混凝土试件为例,将腐蚀区(厚度为 17.5 mm)分为腐蚀区 1($r=17.5\sim27.5$ mm)和腐蚀区 2($r=10\sim17.5$ mm),且每一腐蚀区均取该区内腐蚀应力的均值.图 8 给出腐蚀后的数值模拟结果及与试验结果的对比.由此,可识别给出 $k_m=0.12$ 和 $k_{ITZ}=0.14$.

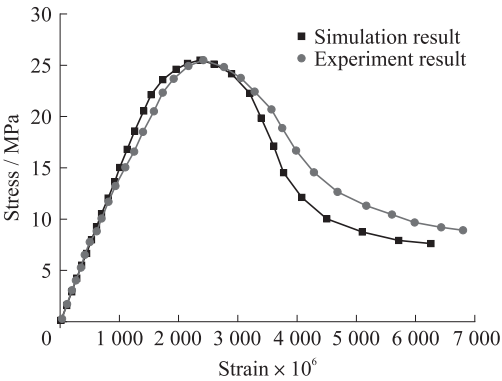


图 8 腐蚀后的试验与模拟结果对比(对应图 2(b))
Fig. 8 Experiment results and simulation results after attack(corresponding to Fig. 2(b))

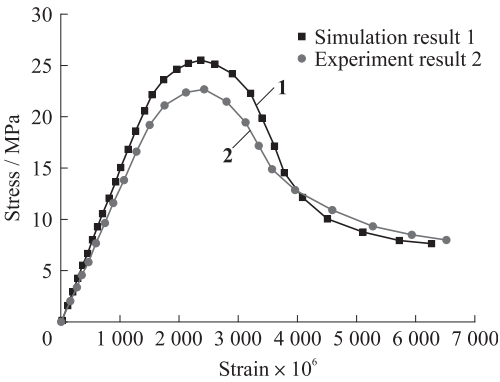
4 受侵蚀混凝土的本构关系及其应用

4.1 分析实例

在确定 k_m 和 k_{ITZ} 之后,便可利用式(11),将某一给定条件下的砂浆与 ITZ 受侵蚀细观本构关系统一应用于整个试件,从而得到较为理想的均匀腐蚀三维数值试件.通过前述细观数值模拟方法,可以得到给定条件下的受侵蚀混凝土本构关系.

以在恒温 25 ℃、质量分数为 8% 的硫酸钠溶液中腐蚀 30 d 达到均匀腐蚀的 C30 试件为例,利用前述结果,将全截面砂浆和 ITZ 的强度分别统一取为 $f_{ce,m}(27.5,30)$ 和 $f_{ce,ITZ}(27.5,30)$,采用细观数值模拟即可得到一种特定腐蚀程度对应的混凝土受侵蚀本构关系,见图 9.需要指出,腐蚀程度与 (r,t) 相对应,若统一取为 $f_{ce,m}(r,t)$ 和 $f_{ce,ITZ}(r,t)$,即可得到侵蚀时间为 t 、位置为 r 的单元所对应的受侵蚀混凝土本构关系.

事实上,对于未侵蚀混凝土本构关系和部分侵蚀混凝土应力-应变关系,既可以采用试验的方法直接得出,也可以采用数值模拟与试验相结合的方法得到.对于受侵蚀混凝土的本构关系,不能通过试验直接得到,但可以采用数值模拟与试验相结合的方法经过腐蚀均匀化处理得到.简言之,对混凝土本构

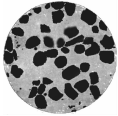
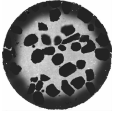
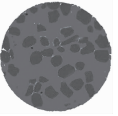


1—Simulative stress-strain curve of nonuniformly attacked concrete (corresponding to Fig. 2(b))
2—Simulative stress-strain curve of uniformly attacked concrete (corresponding to Fig. 2(c))

图 9 受侵蚀混凝土本构关系
Fig. 9 Constitutive law of sulfate attacked concrete

关系的研究,需注意研究方法的可行性(参见表 1).同时,本文模拟结果是在未侵蚀混凝土本构关系和部分侵蚀混凝土的应力-应变关系经过试验验证的前提下得到的,故得到的结果是可靠的.

表 1 试验与数值模拟的可行性分析
Table 1 Feasibility analysis of experiment and simulation

Method			
Experiment	Feasible	Feasible	Infeasible
Experiment + simulation	Feasible	Feasible	Feasible

4.2 混凝土构件内任一单元腐蚀本构关系的分析流程

为预测实际结构在腐蚀介质质量分数为 w_{01} 时其内任一单元的受侵蚀本构关系,可采用如下步骤:

(1)浇注一批混凝土圆柱形试件和相同配合比的砂浆,对混凝土试件和砂浆试件分别进行力学试验.对 ITZ,可以根据水灰比的变化规律类似于砂浆的细观本构关系确定参数.

(2)将同批混凝土试件中的一部分置于一定质量分数 w_{02} (为加速试验,可选取较高浓度)的腐蚀溶液中,一定时间后取出,经过 CT 扫描后进行本构关系试验.

(3)对 CT 试件进行三维重构和有限元网格化分.依据式(11)计算出砂浆和 ITZ 在腐蚀后的强度分布 $f_{ce,m}(r,t)$ 和 $f_{ce,ITZ}(r,t)$,对腐蚀区域的砂浆和 ITZ 取修正细观本构模型,未腐蚀区域取未腐蚀细观本构模型.通过试验结果与模拟结果的对比,得出 k_m 和 k_{ITZ} .

(4)假定相同组分的混凝土在同种腐蚀性介质

中的蚀强率 k_m 和 k_{ITZ} 保持不变,利用式(11)求出 w_{01} 下的 $f_{ce,m}(r,t)$ 和 $f_{ce,ITZ}(r,t)$,并将其均匀赋予整个试件,通过数值模拟,即可给出质量分数为 w_{01} 时混凝土构件 r 处对应层的受侵蚀混凝土本构关系.

5 结 论

建议采用数值模拟与试验相结合的方式,解决受侵蚀混凝土本构关系的确定问题.通过这一途径,可望得到真正意义上的受侵蚀混凝土本构关系.在此基础上,提出了混凝土结构在任一腐蚀介质质量分数下、任意位置处受侵蚀混凝土本构关系的分析方法.该方法为混凝土结构的耐久性研究提供了新的途径.在一定程度上,所提出的方法也适合于混凝土在其他腐蚀情况(如盐酸、硝酸以及有机酸)下受侵蚀本构关系的研究.另外,亦初步验证了在定义砂浆和 ITZ 蚀强率时所采用假定的合理性.

参考文献:

[1] 张凤杰,吴庆,向伟,等.混凝土的硫酸盐腐蚀研究[J]. 徐州工程学院学报,2007,22(4):57-59.
ZHANG Feng-jie,WU Qing,XIANG Wei,et al. Research on sulfate attack on concrete[J]. Journal of Xuzhou Institute of Technology,2007,22(4):57-59. (in Chinese)

[2] 陈达,东培华,廖迎娣.海洋环境中受腐蚀混凝土的力学研究现状和展望[J]. 腐蚀与防护,2007,28(12):630-632.
CHEN Da,DONG Pei-hua,LIAO Ying-di. Retrospect and prospect of machanical study of corrosion in marine concrete [J]. Corrosion & Protection,2007,28(12):630-632. (in Chinese)

[3] 梁咏宁,袁迎曙.硫酸盐腐蚀后混凝土单轴受压本构关系[J]. 哈尔滨工业大学学报,2008,40(4):59-61.
LIANG Yong-ning,YUAN Ying-shu. Constitutive relation of sulfate attacked concrete under uniaxial compression[J]. Journal of Harbin Institute of Technology,2008,40(4):59-61. (in Chinese)

[4] 陈朝晖,黄河,颜文涛,等.腐蚀混凝土单轴受压力学性能研究[J]. 华中科技大学学报:自然科学版,2008,36(3):38-41.

CHEN Zhao-hui,HUANG He,YAN Wen-tao,et al. Constitutive model of corroded concrete under uniaxial compression [J]. Journal of Huazhong Univ. of Sci. & Tech; Natural Science,2008,36(3):38-41. (in Chinese)

[5] 曹双寅.受腐蚀混凝土的力学性能[J]. 东南大学学报:自然科学版,1991,21(4):89-95.
CAO Shuang-yin. Mechanical properties of corroded concrete [J]. Journal of Southeast University; Natural Science,1991,21(4):89-95. (in Chinese)

[6] 张玉敏,王铁成.人工海水对混凝土侵蚀性的研究[J]. 混凝土,2001(11-12):48-50,51-53.
ZHANG Yu-min,WANG Tie-cheng. The research of concrete corroded by the artificial sea[J]. Concrete,2001(11-12):48-50,51-53. (in Chinese)

[7] 梁咏宁,袁迎曙.硫酸钠和硫酸镁溶液中混凝土腐蚀破坏的机理[J]. 硅酸盐学报,2007,35(4):504-508.
LIANG Yong-ning,YUAN Ying-shu. Mechanism of concrete destruction under sodium sulfate and magnesium sulfate solution[J]. Journal of the Chinese Ceramic Society,2007,35(4):504-508. (in Chinese)

[8] AL-DULAIJAN S U, MASLEHUDDIN M, AL-ZAHRANI M M,et al. Sulfate resistance of plain and blended cements exposed to varying concentrations of sodium sulfate[J]. Cement & Concrete Composites,2003,25(4-5):429-437.

[9] 亢景富.混凝土硫酸盐侵蚀研究中的几个基本问题[J]. 混凝土,1995(3):9-18.
KANG Jing-fu. Basic problems of sulfate attacked concrete [J]. Concrete,1995(3):9-18. (in Chinese)

[10] 刘汉昆,孙超,李杰.基于 CT 扫描的混凝土三维细观数值模拟[J]. 建筑科学与工程学报,2010,27(1):54-59.
LIU Han-kun,SUN Chao,LI Jie. X-ray CT based three dimensional numerical simulation of concrete in mesoscopic level [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering,2010,27(1):54-59. (in Chinese)

[11] ZHOU Q,HILL J,BYARS E A,et al. The role of ph in thaumasite sulfate attack [J]. Cement and Concrete Research,2006,36(1):160-170.

[12] CRANK J. The mathematics of diffusion[M]. Oxford:Clarendon Press,1956:1-414.

[13] SANTHANAM M,COHEN M D. Mechanism of sulfate attack;A fresh look Part 1:Summary of experimental results [J]. Cement and Concrete Research,2002,32(6):915-921.