

文章编号:1007-9629(2022)10-1034-06

不同纤维长度的混杂钢纤维混凝土本构模型

霍琳颖¹, 毕继红^{1,2,*}, 赵 云¹, 王照耀¹

(1. 天津大学 建筑工程学院, 天津 300350;

2. 天津大学 滨海土木工程结构与安全教育部重点实验室, 天津 300072)

摘要:为了充分发挥不同长度纤维的桥梁作用,在混凝土基体中加入不同长度的混杂钢纤维,构成混杂钢纤维混凝土.考虑混凝土开裂后钢纤维的脱黏全过程,利用黏结-滑移模型来模拟混杂钢纤维的增强作用,建立了混杂钢纤维应力与裂缝宽度的关系.考虑到长、短钢纤维随裂缝扩展的黏结状态不同,将混杂钢纤维的增强作用分为3个阶段.基于经典的弥散开裂本构模型,将混杂钢纤维桥接作用视为应力增强,建立混杂钢纤维混凝土本构模型.将所提出的混杂钢纤维混凝土本构模型引入有限元软件Abaqus中,建立了混杂钢纤维混凝土四点弯曲试验有限元模型.通过比较试验数据与数值模拟结果,验证了所提出本构模型的正确性.

关键词:混杂钢纤维混凝土;纤维桥接行为;黏结-滑移模型;本构模型

中图分类号:TU528.572

文献标志码:A

doi:10.3969/j.issn.1007-9629.2022.10.006

Constitutive Model of Hybrid Steel Fiber Reinforced Concrete with Different Fiber Lengths

HUO Linying¹, BI Jihong^{1,2,*}, ZHAO Yun¹, WANG Zhaoyao¹

(1. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300350, China; 2. Key Laboratory of Coast Civil Structure Safety of Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: To fully play the role of reinforcement of fibers with different lengths, the hybrid steel fiber reinforced concrete (HySFRC) was composed of the concrete matrix and steel fibers of different lengths. Considering the fiber debonding process after cracking, the reinforcements of hybrid steel fibers were calculated by the bond-slip model, and the relationship between steel fiber stress and crack width was established. For the debonding state of hybrid steel fibers along with the crack propagation, the reinforcements of hybrid steel fibers were divided into three stages. Based on the classic smear crack of constitutive model, the bridging effect of hybrid steel fibers was thought to be enhancement, and the constitutive model of HySFRC was established. The constitutive model of HySFRC was introduced into Abaqus software, and the finite element model was established for the four-point bending test of HySFRC. The correctness of the proposed constitutive model was verified by comparing the experimental data with numerical simulated data.

Key words: hybrid steel fiber reinforced concrete; fiber-bridging behavior; bond-slip model; constitutive model

钢纤维混凝土(SFRC)在工程中的应用越来越普遍,钢纤维的加入能有效改善混凝土抗拉强度低、韧性差、易开裂等缺陷^[1-2].Park等^[3]发现,在单

向受拉状态下,SFRC中的短钢纤维主要在微裂纹时期发挥桥接作用,长钢纤维更多在宏观裂纹阶段起到增强作用.Zhou等^[4]通过比较不同钢纤维配比

收稿日期:2021-08-16; 修订日期:2021-09-18

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51227006)

第一作者:霍琳颖(1993—),女,河北唐山人,天津大学博士生.E-mail: huolinying1993@163.com

通讯作者:毕继红(1965—),女,江苏宜兴人,天津大学教授,博士生导师,博士.E-mail: jihong_bi@163.com

下混杂钢纤维混凝土(HySFRC)的强度,发现长钢纤维对残余强度的贡献明显大于短钢纤维.Chang等^[5]通过四点弯曲试验,探究了混杂钢纤维对HySFRC开裂后力学性能的影响.Turk等^[6]研究了混杂钢纤维对HySFRC力学性能的影响,发现长钢纤维体积分数为80%时HySFRC具有最优的抗弯性能.

许多学者基于热动力学理论和SFRC的试验研究,为SFRC建立了一系列本构模型.李杰等^[7]考虑损伤和塑性的耦合效应,建立了损伤本构模型.池寅等^[8]基于塑性损伤模型,建立了钢纤维混凝土的塑性损伤本构模型.但目前为止,尚无针对HySFRC建立的本构模型.本文基于经典的混凝土弥散开裂本构模型,将混杂钢纤维应力作为附加应力,从而建立了混杂钢纤维混凝土的本构模型.通过对混杂钢纤维混凝土试验数据的数值模拟,验证了所建立本构模型的正确性.

1 基体中的混杂钢纤维

短钢纤维的自身体积较小,在相同钢纤维体积分数的钢纤维混凝土中,短钢纤维在混凝土基体中的根数要明显多于长钢纤维.短钢纤维由于根数多的优势,对混凝土开裂前期的微观裂缝起到明显增强作用.长钢纤维基于长度优势可持续为开裂后的混凝土提供增强作用,对混凝土残余强度有明显提高作用^[9].混杂钢纤维的体积分数 V_f 由2种长度的钢纤维各自的体积分数构成,即:

$$V_f = V_{fs} + V_{fl} \quad (1)$$

式中: V_{fs} 、 V_{fl} 分别为短、长钢纤维的体积分数.

混杂钢纤维混凝土中,长钢纤维长度和直径分别为 L_{fl} 、 d_{fl} ;短钢纤维长度和直径分别为 L_{fs} 、 d_{fs} .为了便于理论推导计算混杂钢纤维的增强作用和建立本构模型,假设基体中长钢纤维长度为短钢纤维长度的2倍.另外,假设在混杂钢纤维混凝土浇筑过程中,通过充分地搅拌振捣,钢纤维在混凝土基体中取向三维随机、分布完全均匀^[10].且混凝土基体中掺入不同长度钢纤维不影响钢纤维取向的三维随机性^[10-11].混杂钢纤维在混凝土基体中的取向系数如式(2)所示.

$$\eta_\theta = \int_0^{90^\circ} [\cos \theta \cdot p(\theta)] d\theta = 0.5 \quad (2)$$

式中: η_θ 为混杂钢纤维在混凝土基体中的取向系数; θ 为钢纤维与开裂面法线方向的夹角; $p(\theta)$ 为钢纤维在基体中的概率分布密度函数.

利用混杂钢纤维取向系数,计算出长、短钢纤维

在开裂面法线方向的投影值,即长、短钢纤维的有效长度 l_{fl} 、 l_{fs} :

$$l_{fl} = \eta_\theta L_{fl} \quad (3)$$

$$l_{fs} = \eta_\theta L_{fs} \quad (4)$$

2 混杂钢纤维的有效根数及埋深长度

混凝土开裂后,开裂面上的钢纤维两侧同时受力,埋深较短一侧因抗拉拔力更小而首先被拔出.较短一侧的埋深被定义为钢纤维有效埋深长度.图1给出了混凝土单元中短钢纤维的分布.由图1可见,短钢纤维的埋深长度在 $0 \sim 0.5L_{fs}$ 之间平均分布,短钢纤维的有效埋深长度 l_{e-s} 按式(5)计算.

$$l_{e-s} = 0.5 \times (0 + 0.5L_{fs}) = 0.25L_{fs} \quad (5)$$

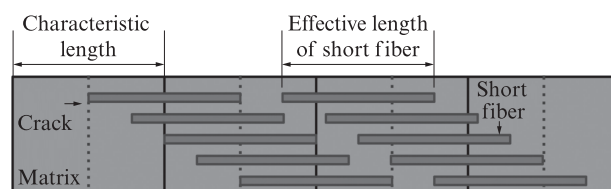


图1 混凝土单元中短钢纤维的分布
Fig. 1 Distribution of short steel fibers

为了计算2种长度钢纤维的桥接作用,假设有限元模型单元的特征长度 L_c 等于短钢纤维有效埋深长度 l_{e-s} .如图1所示,短钢纤维一定会穿过混凝土开裂面,且仅穿过1个开裂面.因此,混凝土开裂面上短钢纤维的有效根数 N_{fs} 按式(6)计算.

$$N_{fs} = \frac{A_c L_c V_{fs}}{A_{fs} L_{fs}} = \eta_\theta \frac{A_c V_{fs}}{A_{fs}} \quad (6)$$

式中: A_c 、 A_{fs} 分别为混凝土单元和短钢纤维的横截面积.

图2给出了混凝土单元中长钢纤维的分布.由图2可见,长钢纤维在混凝土基体中均匀分布,假设长钢纤维会同时穿过有限元模型中2个开裂面.长钢纤维的最小埋深长度为0,最大埋深长度为 $0.5L_{fl}$,长钢纤维的有效埋深长度 l_{e-l} 按式(7)计算;长钢纤维的有效根数 N_{fl} 按式(8)计算.

$$l_{e-l} = 0.25L_{fl} \quad (7)$$

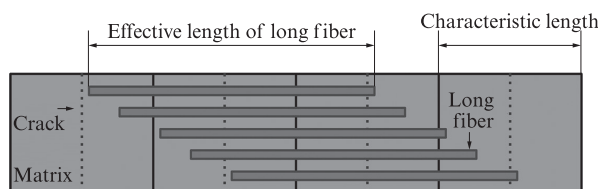


图2 混凝土单元中长钢纤维的分布
Fig. 2 Distribution of long steel fibers

$$N_{f1} = \frac{2A_c L_c V_{f1}}{A_{f1} L_{f1}} = \eta_\theta \frac{A_c V_f}{A_{f1}} \quad (8)$$

式中: A_{f1} 为长钢纤维的横截面积。

3 混杂钢纤维的增强作用

混杂钢纤维在混凝土开裂面上的桥接作用相互独立, 利用混凝土开裂面上单根钢纤维轴向应力乘以钢纤维根数, 来分别计算2种钢纤维的增强作用, 如式(9)、(10)所示。

$$\sigma_{mfs} = N_{fs} \sigma_{fs} \quad (9)$$

$$\sigma_{mf1} = N_{f1} \sigma_{f1} \quad (10)$$

式中: σ_{mfs} 、 σ_{mf1} 分别为开裂面上短、长钢纤维的增强应力; σ_{fs} 、 σ_{f1} 分别为单根短、长钢纤维的轴向应力。

3.1 单根钢纤维的增强作用

采用黏结-滑移模型来模拟开裂面上单根钢纤维的桥接作用, 计算纤维黏结应力与滑移位移间的关系, 其包含纤维部分脱黏阶段(裂缝宽度 w 不大于钢纤维临界滑移量 s_{max}) 和完全脱黏阶段($w > s_{max}$) 2部分^[12-14], 如式(11)中所示。

$$\tau_f = \begin{cases} \tau_{max} \cdot \left(\frac{s}{s_{max}} \right)^{0.574}, & w \leq s_{max} \\ \mu \sigma_N, & w > s_{max} \end{cases} \quad (11)$$

式中: τ_f 为钢纤维与混凝土基体之间的剪切应力; s 为钢纤维滑移量; μ 、 σ_N 分别为钢纤维与混凝土之间的摩擦系数和握裹应力, 基于苏庆田等^[15]和 Tai等^[16]的试验研究, 近似取值为 $\mu = 0.6$, $\sigma_N = 12.8$ MPa; τ_{max} 为钢纤维拔出过程中的黏结强度。

由 Sezen 等^[17]进行的钢纤维拔出试验, τ_{max} 近似为基体抗拉强度 f_{c-tu} 的2倍。

$$\tau_{max} = 2f_{c-tu} \quad (12)$$

对混凝土基体中的钢纤维取为隔离体进行受力分析, 如式(13)所示。

$$0.25\sigma_f \pi d_f^2 = \tau_f d_f l_e \quad (13)$$

式中: σ_f 为钢纤维的轴向应力; d_f 、 l_e 分别为钢纤维的直径和有效埋深长度。

将式(11)、(12)代入式(13)中, 建立纤维部分脱黏阶段钢纤维轴向应力 σ_f 的计算式。

$$\sigma_f = \frac{8l_e f_{c-tu}}{d_f} \left(\frac{d_f E_f s}{f_{c-tu} l_e^2} \right)^{0.574} \quad (14)$$

式中: E_f 为钢纤维的弹性模量。

对于钢纤维完全脱黏后的滑移阶段, 钢纤维与混凝土基体之间的摩擦作用提供剪应力, 用钢纤维接触长度 l_d 代替钢纤维有效埋深长度 l_e , 忽略钢纤维在拔出过程中钢纤维和混凝土的受拉变形, l_d 按式

(15)计算。

$$l_d = l_e - w \quad (15)$$

建立钢纤维完全脱黏阶段($w > s_{max}$) 的钢纤维轴向应力计算式如下。

$$\sigma_f = \frac{4\mu \sigma_N l_d}{d_f} \quad (16)$$

图3给出了混凝土开裂后混杂钢纤维剪切应力随裂缝宽度的变化, 其中 s_{max-l} 、 s_{max-s} 分别为长、短钢纤维的临界滑移量。由图3可见: 2种钢纤维在拔出过程中具有相同的黏结强度; 短钢纤维由于具有更短的埋深长度, 因而更早到达最大黏结应力。

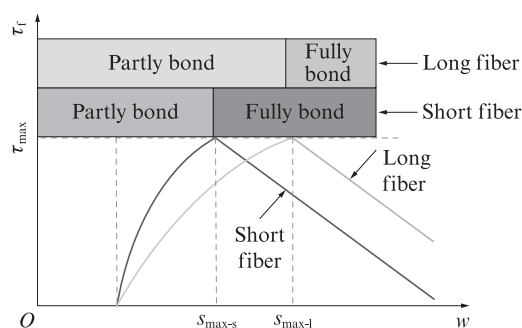


图3 混杂钢纤维剪切应力随裂缝宽度的变化
Fig. 3 Variation of shear stress of hybrid fibers with crack width

3.2 开裂面上混杂钢纤维的增强作用

基于混杂钢纤维与混凝土基体间的黏结状态, 将混杂钢纤维增强作用分为3个阶段。

第1阶段, 长、短钢纤维均处于部分拔出阶段, 即 $w \leq s_{max-s}$, 混杂钢纤维增强作用随着裂缝扩展而增强。将式(14)代入式(9)、(10), 分别计算开裂面上短、长钢纤维增强应力。

$$\sigma_{mfs} = 8\eta_\theta f_{c-tu} \frac{A_c V_{fs}}{A_{fs}} \frac{l_{es}}{d_{fs}} \left(\frac{d_{fs} E_f w}{f_{c-tu} l_{es}^2} \right)^{0.574} \quad (17)$$

$$\sigma_{mf1} = 8\eta_\theta f_{c-tu} \frac{A_c V_{f1}}{A_{f1}} \frac{l_{e1}}{d_{f1}} \left(\frac{d_{f1} E_f w}{f_{c-tu} l_{e1}^2} \right)^{0.574} \quad (18)$$

式中: σ_{mfs} 、 σ_{mf1} 分别为HySFRC中混凝土开裂后短、长钢纤维应力。

第2阶段, 长钢纤维仍处于部分脱黏阶段, 短钢纤维完全脱黏、在混凝土孔中整体滑动, 即 $s_{max-s} < w < s_{max-l}$ 。将式(14)分别代入式(9)、(10), 得到开裂面上短、长钢纤维增强应力。

$$\sigma_{mfs} = \eta_\theta \mu \sigma_N \frac{A_c V_{fs}}{A_{fs}} \frac{4(l_{es} - w)}{d_{fs}} \quad (19)$$

$$\sigma_{mf1} = 8\eta_\theta f_{c-tu} \frac{A_c V_{f1}}{A_{f1}} \frac{l_{e1}}{d_{f1}} \left(\frac{d_{f1} E_f w}{f_{c-tu} l_{e1}^2} \right)^{0.574} \quad (20)$$

第3阶段,长、短钢纤维均完全脱黏、在混凝土孔中滑动, $s_{\max-1} < w$. 将式(14)代入式(9)、(10),可以得到第3阶段开裂面上短、长钢纤维的增强应力.

$$\sigma_{mfs} = \eta_{\theta} \mu \sigma_N \frac{A_c V_{fs}}{A_{fs}} \frac{4(l_{es} - w)}{d_{fs}} \quad (21)$$

$$\sigma_{mfl} = \eta_{\theta} \mu \sigma_N \frac{A_c V_{fl}}{A_{fl}} \frac{4(l_{el} - w)}{d_{fl}} \quad (22)$$

4 混杂钢纤维混凝土的本构模型

混杂钢纤维混凝土 HySFRC 在单向受拉状态下的增强应力 σ_{fc} 分别由混凝土基体、短、长钢纤维增强应力组成,如式(23)所示.

$$\sigma_{fc} = \sigma_c + 4\eta_{\theta} \left[\mu \sigma_N \frac{V_{fs}(l_{es} - w)}{d_{fs}} + \frac{2f_{fc-tu} V_{fl} l_{el}}{d_{fl}} \left(\frac{2d_{fl} E_f w}{f_{fc-tu} l_{el}^2} \right)^{0.574} \right] \quad (25)$$

第3阶段, HySFRC 的本构模型如下:

$$\sigma_{fc} = \sigma_c + 4\eta_{\theta} \mu \sigma_N \left[\frac{V_{fs}(l_{es} - w)}{d_{fs}} + \frac{V_{fl}(l_{el} - w)}{d_{fl}} \right] \quad (26)$$

5 本构模型的试验验证及分析

基于 Kim 等^[18]进行的 HySFRC 四点弯曲试验,采用本文所建立的 HySFRC 本构模型,在有限元软件 Abaqus 中建立相应的有限元模型.试件尺寸为 100 mm × 100 mm × 400 mm,为了消除支座与试件之间应力集中现象的影响,在模型中为钢纤维混凝土试件与支撑、加载板之间分别建立接触,实现试件与支撑、加载板之间的滑动,如图4所示,并在表1中分别给出混杂钢纤维混凝土试件中长、短钢纤维和混凝土基体的尺寸及力学性能.

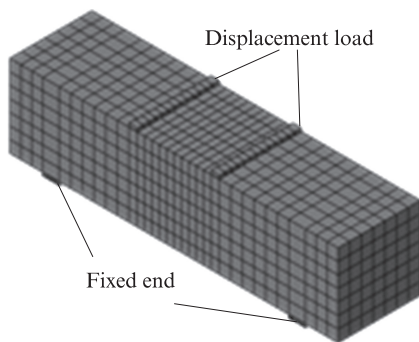


图4 四点弯曲试件的尺寸和有限元模型

Fig. 4 Finite element model of 4-point bending specimen

图5给出了混杂钢纤维混凝土试件四点弯曲试验的荷载-位移曲线.由图5可见,混杂钢纤维混凝土试件的数值模拟结果与试验数据整体吻合良好.说

$$\sigma_{fc} = \sigma_c + \sigma_{mfs} + \sigma_{mfl} \quad (23)$$

式中: σ_c 为混凝土基体的增强应力.

将式(17)、(18)代入式(23)中,得到 HySFRC 轴向应力与裂缝宽度的关系,基于混杂钢纤维增强作用的3个阶段,在混凝土经典弥散开裂本构模型的基础上,得出了 HySFRC 的本构模型.

第1阶段, HySFRC 的本构模型如下:

$$\sigma_{fc} = \sigma_c + 8\eta_{\theta} f_{fc-tu} \left(V_{fs} \frac{d_{fs}^{-0.436}}{l_{es}^{0.15}} + V_{fl} \frac{d_{fl}^{-0.436}}{l_{el}^{0.15}} \right) \left(\frac{E_f w}{f_{fc-tu}} \right)^{0.574} \quad (24)$$

第2阶段, HySFRC 的本构模型如下:

明有限元模型有效地预测了混杂钢纤维混凝土试件开裂后的力学响应,试件在开裂后仍表现出良好的承载能力.

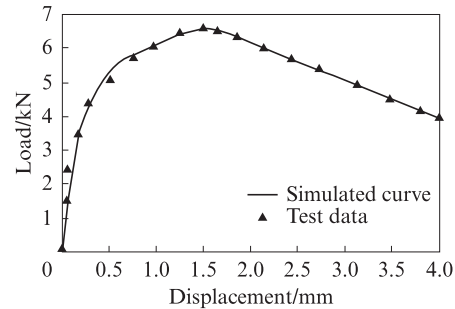


图5 混杂钢纤维混凝土试件四点弯曲试验的荷载-位移曲线

Fig. 5 Load-displacement curve of HySFRC specimen in four-point bending test

图6显示了四点弯曲试验峰值荷载时刻混杂钢纤维混凝土试件的轴向应力分布.为了清晰显示四点弯曲试验中混杂钢纤维混凝土试件的变形,将有限元模型的变形放大系数均设为20倍.由图6可知,混杂钢纤维混凝土试件的压应力始终小于抗压强度,说明受压状态下的混杂钢纤维混凝土处于弹性阶段.

在混杂钢纤维混凝土试件初次开裂时刻,在纯弯段底部轴向应力达到开裂强度,同时试件其他部分拉应力较小.随着裂缝扩展,混杂钢纤维混凝土试件拉应力最大值的位置从底层开始向上移动,中性轴明显上移.当载荷达到峰值时,纯弯段大部分处于受拉开裂状态.在初裂时刻,试件塑性变形仅发生在弯曲段的底部.当达到峰值载荷时,试件纯弯部分几乎都出现了明显的塑性变形.

表1 钢纤维和混凝土基体的尺寸及力学性能

Table 1 Dimensions and mechanical properties of steel fibers and concrete

Material	Parameter	Symbol	Unit	Reference value
Concrete	Elastic modulus	E_c	GPa	35
	Poisson's ratio	ν_c	1	0.18
	Compressive strength	f_c	MPa	200
	Tensile strength	f_{ct}	MPa	8
Steel fiber	Elastic modulus of steel fiber	E_f	GPa	200
	Poisson's ratio of steel fiber	ν_f	1	0.2
	Tensile strength of steel fiber	f_{ft}	MPa	2 500
	Diameter and length of short fiber	d_{f-s}, L_{f-s}	mm	0.2, 150
	Diameter and length of long fiber	d_{f-l}, L_{f-l}	mm	0.3, 300
	Volume fraction of short fiber	V_{f-s}	%	1.5
	Volume fraction of short fiber	V_{f-l}	%	1.0

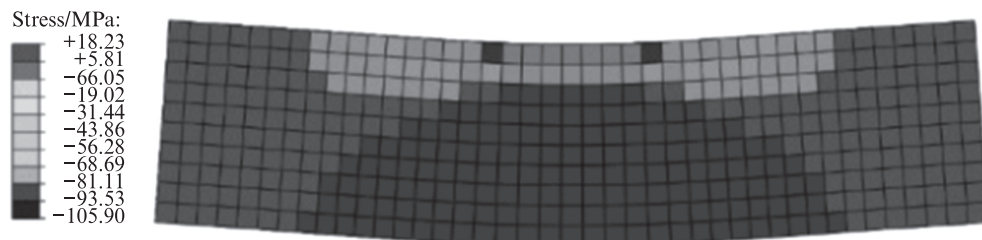


图6 四点弯曲试验峰值荷载时刻混杂钢纤维混凝土试件的轴向应力分布

Fig. 6 Distribution of axial stress of HySFRC specimen at the peak load in four-point bending test

6 结论

(1)在混凝土开裂后,混杂钢纤维的桥接作用被激活,利用黏结-滑移模型计算混杂钢纤维对混凝土的增强作用,建立了混杂钢纤维应力与裂缝宽度的关系.由于短钢纤维具有更短的埋深长度,其剪切应力比长钢纤维更早到达黏结强度.考虑混杂钢纤维与混凝土基体之间的脱黏状态,将混杂钢纤维对混凝土的增强作用分为3个阶段.

(2)对应钢纤维增强作用的3个阶段,分别建立了混凝土开裂面上混杂钢纤维增强应力与裂缝宽度的关系.基于普通混凝土经典弥散开裂本构模型,考虑开裂面上混杂钢纤维的桥接作用,建立了适用于混杂钢纤维混凝土的本构模型.

(3)将所建混杂钢纤维混凝土本构模型引入有限元软件Abaqus中,建立混杂钢纤维混凝土四点弯曲试验有限元模型,并进行数值模拟分析.通过比较数值模拟结果与试验数据,充分验证了所提出本构模型的正确性.

参考文献:

- [1] 赵健,廖霖,张帆,等.钢纤维混凝土弯曲性能和纤维分布试验研究[J].建筑材料学报,2020,23(4):838-845.
- [2] 权长青,焦楚杰,杨云英,等.混杂纤维混凝土力学性能的正交试验研究[J].建筑材料学报,2019,22(3):363-370.
- [3] QUAN Changqing, JIAO Chujie, YANG Yunying, et al. Orthogonal experimental study on mechanical properties of hybrid fiber reinforced concrete[J]. Journal of Building Materials, 2019, 22(3):363-370. (in Chinese)
- [4] PARK J J, YOO D Y, PARK G J, et al. Feasibility of reducing the fiber content in ultra-high-performance fiber reinforced concrete under flexure[J]. Materials, 2017,10(2):118.
- [5] ZHOU Z D, QIAO P Z. Tensile behavior of ultra-high performance concrete: Analytical model and experimental validation[J]. Construction and Building Materials, 2019, 201: 842-851.
- [6] CHANG J, CUI K, ZHANG Y Y. Effect of hybrid steel fibers on the mechanical performances and microstructure of sulphoaluminate cement-based reactive powder concrete[J]. Construction and Building Materials, 2020, 261:1642-1655.
- [7] TURK K, BASSURUCU M, BITKIN R E. Workability, strength and flexural toughness properties of hybrid steel fiber reinforced SCC with high-volume fiber[J]. Construction and Building Materials, 2021, 266:120944.
- [8] 李杰,冯德成,任晓丹,等.混凝土随机损伤本构关系工程参数标定与应用[J].同济大学学报(自然科学版),2017,45(8):

ZHAO Jian, LIAO Lin, ZHANG Fan, et al. Experimental study on flexural properties and fiber distribution of steel fiber reinforced concrete[J]. Journal of Building Materials, 2020, 23(4):838-845. (in Chinese)

- 1099-1107.
- LI Jie, FENG Decheng, REN Xiaodan, et al. Calibration and application of concrete stochastic damage model[J]. Journal of Tongji University(Natural Science), 2017, 45(8): 1099-1107. (in Chinese)
- [8] 池寅,黄乐,余敏. 基于ABAQUS的钢-聚丙烯混杂纤维混凝土损伤塑性本构模型取值方法研究[J]. 工程力学, 2017, 34(12): 131-142.
- CHI Yin, HUANG Le, YU Min. Calibration method of damage plasticity model for steel- polypropylene hybrid fiber reinforced concrete based on Abaqus[J]. Engineering Mechanics, 2017, 34(12): 131-142. (in Chinese)
- [9] HILLERBORG A, MODÉER M, PETERSSON P E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements[J]. Cement and Concrete Research, 1976, 6(6): 773-781.
- [10] SEBAIBI N, BENZERZOUR M, ABRIAK N E. Influence of the distribution and orientation of fibres in a reinforced concrete with waste fibres and powders[J]. Construction and Building Materials, 2014, 65: 254-263.
- [11] MORTAZAVIAN S, FATEMI A. Effects of fiber orientation and anisotropy on tensile strength and elastic modulus of short fiber reinforced polymer composites[J]. Composites Part B: Engineering, 2015, 72: 116-129.
- [12] HSUEH C H. Interfacial debonding and fiber pull-out stresses of fiber-reinforced composites Part VI. Interpretation of fiber pull-out curves[J]. Materials Science and Engineering: A, 1991, 149(1): 11-18.
- [13] LIU H Y, ZHOU L M, MAI Y W. On fibre pull-out with a rough interface[J]. Philosophical Magazine A, 1994, 70(2): 359-372.
- [14] DAI J G, UEDA T. Local bond stress slip relations for FRP sheets-concrete interfaces [C]//Fibre-Reinforced Polymer Reinforcement for Concrete Structures - The Sixth International Symposium on FRP Reinforcement for Concrete Structures. [S. l.: s. n.], 2003: 143-152.
- [15] 苏庆田,杜霄,李晨翔,等. 钢与混凝土界面的基本物理参数测试[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2016, 44(4): 499-506.
- SU Qingtian, DU Xiao, LI Chenxiang, et al. Tests of basic physical parameters of steel-concrete interface[J]. Journal of Tongji University(Natural Science), 2016, 44(4): 499-506. (in Chinese)
- [16] TAI Y S, EL-TAWIL S, CHUNG T H. Performance of deformed steel fibers embedded in ultra-high performance concrete subjected to various pullout rates[J]. Cement and Concrete Research, 2016, 89: 1-13.
- [17] SEZEN H, SETZLER E J. Reinforcement slip in reinforced concrete columns[J]. ACI Structural Journal, 2008, 105(3): 280-289.
- [18] KIM D J, PARK S H, RYU G S, et al. Comparative flexural behavior of hybrid ultra high performance fiber reinforced concrete with different macro fibers[J]. Construction and Building Materials, 2011, 25(11): 4144-4155.