文章编号:1007-9629(2025)12-1207-09

基于三维随机骨料的混凝土早龄期损伤演化过程模拟分析

赵卫平[1,*], 陈嘉龙[1], 凌彬健[2], 白嘉淇[1], 杨婉怡[1]
(1.中国矿业大学(北京)力学与土木工程学院,北京 100083;
2.中铁二局集团有限公司,四川 成都 610031)

摘要:为探究早龄期混凝土在轴压荷载下的力学性能及损伤演化过程,对龄期为1、3、5、7、14、28 d的混凝土圆柱体试件进行轴心抗压试验,并使用Python编程在Abaqus软件中生成基于三维随机多面体骨料和零厚度内聚力单元的细观有限元模型。结果表明:混凝土的抗压刚度、抗压强度及峰值应变均随龄期延长而增大;所建模型能够准确预测早龄期混凝土的轴压性能。在此基础上,深入分析了早龄期混凝土在轴压破坏过程中的损伤状态、裂缝分布和传力机制,揭示了龄期对这些机制的影响规律。

关键词:早龄期混凝土;轴心抗压性能;数值模拟;内聚力模型;随机骨料
中图分类号:TU528.1 **文献标志码**:A **doi**:10.3969/j.issn.1007-9629.2025.12.005

Simulation and Analysis of Early-Age Damage Evolution Process of Concrete Based on 3D Random Aggregates

ZHAO Weiping[1,*], *CHEN Jialong*[1], *LING Binjian*[2], *BAI Jiaqi*[1], *YANG Wanyi*[1]
(1. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology (Beijing), Beijing 100083, China; 2. China Railway No.2 Engineering Group Co., Ltd., Chengdu 610031, China)

Abstract: To investigate the mechanical properties and damage evolution process of early-age concrete under axial compression loading, axial compression tests were conducted on cylindrical concrete specimens with ages of 1, 3, 5, 7, 14, 28 days. Additionally, a mesoscale finite element model based on three-dimensional random polyhedral aggregates and zero-thickness cohesive elements was generated in Abaqus software using Python programming. The results show that the compressive stiffness, compressive strength, and peak strain of concrete all increase with the extension of age. The established model can accurately predict the axial compression performance of early-age concrete. Based on the above results, the damage state, crack distribution, and force transfer mechanism of early-age concrete during axial compression failure are further analyzed. It further reveals the mechanism to the influence of age.
Key words: early-age concrete; axial compression performance; numerical simulation; cohesive zone model; random aggregate

在混凝土结构施工过程中,混凝土常需在未达到设计强度时就提前承载,因此对早龄期混凝土抗压性能展开研究至关重要[1-2]。以往采用的宏观方法忽略了材料非均匀性,难以精确模拟混凝土早期硬化阶段的裂缝分布和传力机制[3-4]。此后,“细观混凝土”概念应运而生[5]。该概念将混凝土视为由粗骨料、水泥砂浆和界面过渡区(ITZ)构成的多相非均质复合材料,且已被广泛用于混凝土力学性能的数值模拟。

收稿日期:2025-03-06;修订日期:2025-05-08
基金项目:国家自然科学基金资助项目(U22A20244)
第一作者(通讯作者):赵卫平(1981—),男,河北石家庄人,中国矿业大学(北京)副教授,博士生导师,博士。E-mail:zhaowp@cumtb.edu.cn

目前，混凝土的细观模拟方法主要有格构模型[6]、随机断裂模型[7]、离散元模型[8]和内聚力模型[9]。其中，内聚力模型通过在潜在断裂面上嵌入零厚度内聚力单元，有效模拟了混凝土内部微裂缝的扩展和闭合过程。该模型已成功应用于混凝土在单轴拉伸[10]、单轴压缩[11]、冲击荷载[12]、动态拉伸[13]和三点弯曲[14]等工况下的细观数值模拟。在建模方法方面，主要分为数字图像法[15-17]和参数化建模[18-19]。其中后者因操作简便、成本低，已在工程实践中广泛应用。在采用参数化语言建立的混凝土三维细观有限元模型(FEM)中，骨料形状多采用球体、椭球体或多面体[20-22]。其中，具有随机粒型的三维多面体模型因精度高、适用性强而备受关注[23-25]。

本文基于三维随机多面体骨料模型和内聚力模型，在Abaqus软件中构建了早龄期混凝土轴压有限元模型。在验证模型准确性的基础上，进一步剖析了混凝土早期受压时的内部损伤演化过程和传力机制。

1 混凝土轴心抗压试验

原材料包括金隅牌P·O 42.5普通硅酸盐水泥、Ⅰ级粉煤灰、S95粒化高炉矿渣粉(GGBFS)、细度模数为2.56的河砂、粒径为10～25 mm的碎石，以及减水率(质量比)为30%的聚羧酸高性能减水剂。根据GB/T 50081—2019《混凝土物理力学性能试验方法标准》，制备尺寸为ϕ150×300 mm、强度等级为C40的标准混凝土圆柱体试件。混凝土配合比如表1所示。

将混凝土试件置于标准养护环境((20±2)℃、相对湿度RH为95%)中，分别养护1、3、5、7、14、28 d，进行轴心抗压试验，结果取3次测试值的算术平均值。不同龄期(t)下混凝土的轴心抗压强度(f_{cp})如图1所示。由图1可见，随着龄期的延长，混凝土的f_{cp}提升62.3%～223.9%，但增速逐渐放缓；在7、14 d龄期时，f_{cp}就已达到28 d标准强度的73.01%和89.74%。

表1 混凝土配合比

Table 1 Mix proportion of concrete

Unit：kg/m^3

Water	Cement	Fly ash	GGBFS	Sand	Gravel	Water reducing admixture
160.0	244.0	86.0	77.0	768.0	1 017.0	8.6

图2为不同龄期下混凝土的典型轴心受压破坏模式。由图2可见：在最终破坏时，所有试件的表面均出现大量竖向裂缝和斜裂缝；随着龄期的延长，试件的脆性破坏特征愈发明显，这主要归因于水泥水化程度的提高和内部微观结构的致密化。

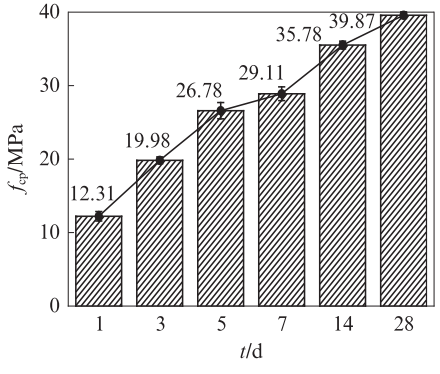


图1 不同龄期下混凝土的轴心抗压强度

Fig. 1 Axial compressive strength of concretes at different ages

2 早龄期混凝土轴心受压数值模拟

2.1 有限元模型的建立

为研究早龄期混凝土在轴压作用下的损伤演化过程与传力机制，使用Abaqus软件建立尺寸为ϕ150×300 mm的三维细观数值模型(图3)。由图3可见，该模型由4部分组成，分别是砂浆、粗骨料、界面过渡区(ITZ)和砂浆内界面(MII)。

依据碎石表观密度(2 770.0 kg/m^3)及混凝土配合比，计算得到粗骨料理论体积分数为36.71%。据此，将有限元模型中的粗骨料粒径范围设为10～25 mm，粗骨料总体积分数设为35%。随后，基于Fuller级配公式[26-27]计算不同粒径区间的骨料分布，具体结果见表2。

此前，笔者借助Python编程对Abaqus软件进行二次开发，成功构建出三维随机多面体骨料模型，且将该模型应用于早龄期混凝土劈裂抗拉[28]和导热性能[29]的数值模拟研究中。随机多面体骨料模型的生成主要包括以下步骤：(1)输入骨料的基本参数，生成初始骨料模型；(2)将初始骨料模型的26个节点分别沿径向、仰角与方位角随机波动，得到单个三维随机多面体骨料；(3)将骨料节点由球坐标系转换为笛卡尔坐标系，并对骨料模型进行编号。骨料模型的投放主要包括以下步骤：(1)将随机多面体骨料按编号顺序依次投放到混凝土模型中；(2)若投放的骨料与之前的骨料边界相交或重叠，则重新投放，否则，进入下一步骤；(3)若投放骨料的总体积分数超过35%，则完成骨料投放，否则，重复步骤(1)～(3)，直至满足要求。上述步骤完成后，使用布尔运算切分功能生成砂浆部件和粗骨料部件，并进

图2　不同龄期下混凝土的典型轴心受压破坏模式

Fig. 2　Typical axial compression failure modes of concretes at different ages

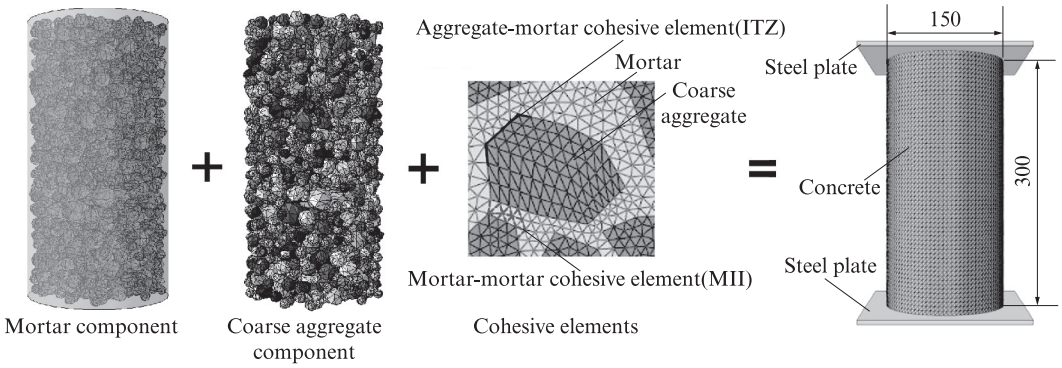


图3　混凝土三维细观有限元模型的建立

Fig. 3　Establishment of 3D meso-scale finite element model of concrete (size: mm)

表2　Fuller级配下骨料的粒径分布

Table 2　Particle size distribution of aggregates under Fuller gradation

Size of screen mesh/mm	Cumulative pass rate(by mass)/%	Cumulative volume percentage/%
10	0	0
16	45.6	16.0
20	71.3	24.9
25	100.0	35.0

行组装；在模型顶部和底部设置钢板作为试验机加载板。混凝土与压板之间的相互作用采用“面-面接触”模型进行模拟，在表面的法向上选择硬接触，不允许接触面之间发生穿透行为；切向上选择各向同性库仑摩擦，摩擦系数设为0.3[30]。

在普通混凝土中，裂缝一般起始于ITZ，而后在砂浆内部沿着耗能最低路径扩展[31-32]。本文通过在粗骨料单元-砂浆单元和砂浆单元-砂浆单元之间插入零厚度的内聚力单元，来模拟ITZ和MII的破坏情况[33]。同时，采用B-K损伤准则[34-35]表征内聚力单元在混合模式下的损伤演化过程。对于内聚力单元初始损伤的判定，采用二次名义应力准则：

$$\left(\frac{\langle\sigma_1\rangle}{\sigma_1^{\max}}\right)^2+\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_2^{\max}}\right)^2+\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_3^{\max}}\right)^2=1 \tag{1}$$

式中：σ_1和$\sigma_1^{\max}$分别为拉应力和极限拉应力；σ_2、σ_3和$\sigma_2^{\max}$、$\sigma_3^{\max}$分别为2个方向的剪切应力和极限剪切应力；〈 〉为Macaulay括号。

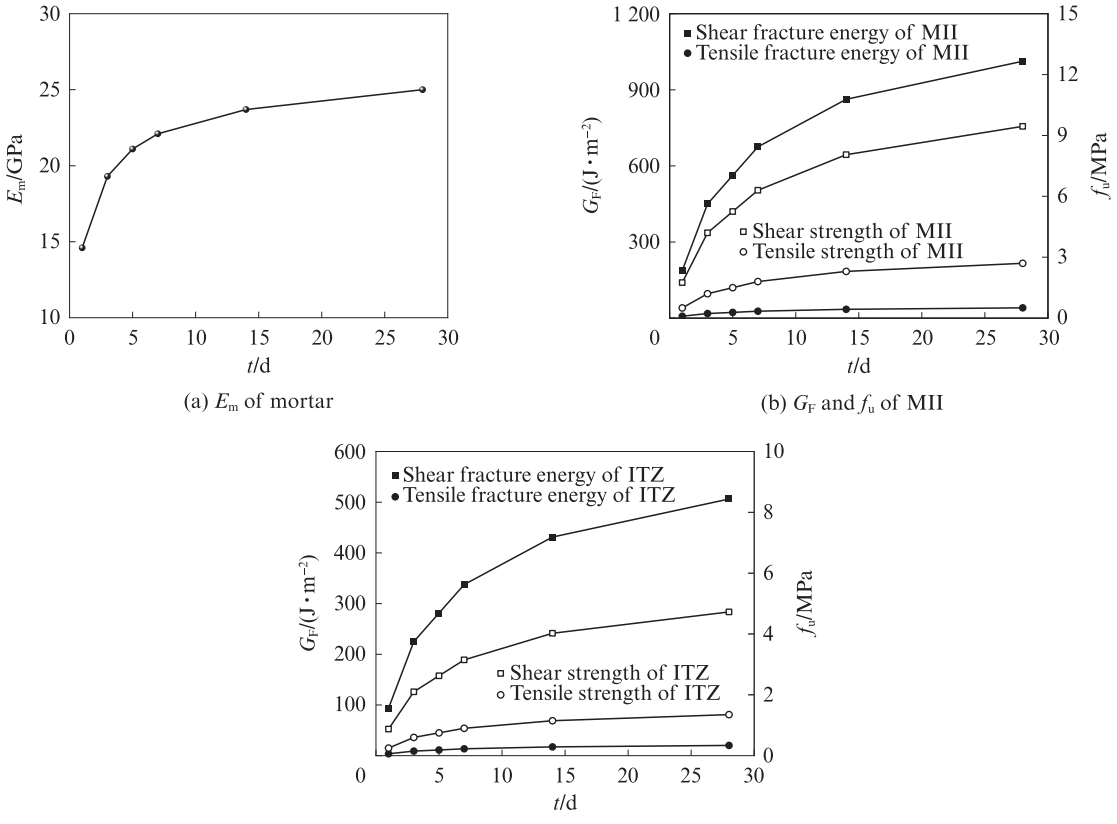
在混凝土细观数值模拟中，砂浆和粗骨料通常被简化为理想弹性材料[9,28,36-37]。表3列出了钢板与粗骨料的材料参数，其中钢板参数依据GB 55006—2021《钢结构通用规范》选取，粗骨料参数采用Caballero等[10]的建议值。

表3　钢板和粗骨料的材料参数

Table 3　Material parameters of steel plate and coarse aggregate

Material	Elastic modulus/GPa	Poisson's ratio	Density/(kg·m^{-3})
Steel plate	210	0.30	7 800
Coarse aggregate	70	0.16	2 800

图4显示了不同龄期下砂浆、MII和ITZ的材料参数。其中：砂浆弹性模量(E_m)采用Bella等[38]的建议值，ITZ的材料参数(断裂能(G_F)和极限强度(f_u))通过神经网格法确定[39]，MII的材料参数(G_F和f_u)通过楔形劈裂法确定[40]。由图4可见，这些材料参数均随混凝土龄期延长而增大，但增速逐渐降低。



(a) E_m of mortar

(b) G_F and f_u of MII

(c) G_F and f_u of ITZ

图4 不同龄期下砂浆、MII和ITZ的材料参数

Fig. 4 Material parameters of mortar, MII and ITZ at different ages

2.2 网格敏感性分析

以28 d龄期混凝土为例,讨论模拟结果的网格敏感性。图5和表4分别为3种网格尺寸模型下混凝土的轴向应力-应变(σ-ε)曲线,以及单元总数和计算机时。由图5可见,当网格边长为4、5、6 mm时,模型预测的f_{cp}分别为43.68、39.11、35.60 MPa,与试验值相比,误差分别为11.67%、-0.01%和-8.99%。这一现象可作如下解释:在本研究的混凝土轴心抗压模型中,损伤和塑性变形均可以借助内聚力单元进行模拟。由表4可知,随着网格尺寸的增大,模型中的内聚力单元数量急剧减少。这会使局部损伤出现集中现象,进而限制模型的内力重分布,最终在宏观上表现为f_{cp}降低[9]。由表4还可知,网格尺寸减小会大幅增加模型的计算机时。综合考虑计算精度与计算效率,本研究将网格边长设为5 mm。

2.3 有限元模型的验证

表5对比了有限元模型预测的轴心抗压强度($f_{cp\text{-}FEM}$)和试验测得的轴心抗压强度($f_{cp\text{-}test}$)。由表5可见,各龄期下混凝土轴心抗压强度模拟结果与试验

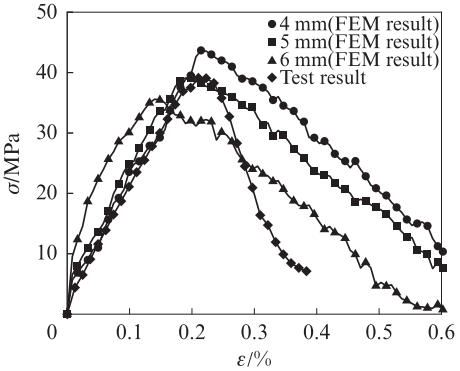


图5 3种网格尺寸模型预测出的轴向应力-应变曲线

Fig. 5 Axial stress-strain curves predicted by models with three types of sizes (t = 28 d)

表4 3种网格尺寸模型的单元总数和计算机时

Table 4 Element number and calculation time of models with three types of mesh sizes

Mesh size/mm	Number of solid element	Number of cohesive element	Total number of element	Calculation time/h
4	969 314	1 482 089	2 451 403	137
5	634 313	969 629	1 603 942	94
6	444 115	680 336	1 124 451	69

表5　混凝土轴心抗压强度模拟结果和试验结果的对比

Table 5　Comparison between simulation results and test results of axial compressive strength of concretes

t/d	$f_{cp\text{-}FEM}$/MPa	$f_{cp\text{-}test}$/MPa	Relative error/%
1	11.88	12.31	3.49
3	20.27	19.98	−1.45
5	25.58	26.78	4.48
7	28.15	29.11	3.30
14	34.52	35.78	3.52
28	39.11	39.87	1.91

结果的相对误差均未超过5%，其中5 d龄期对应的误差达到最大值，3 d龄期的误差为最小值。由此表明，本文所构建的三维随机骨料细观有限元模型，能够准确预测混凝土轴心抗压强度随龄期的变化规律。

2.4　典型试件的受力全过程分析

宏观试验凭借其直观性与有效性，成为研究早龄期混凝土轴压性能的重要手段。然而，受试验条件及观测技术的制约，宏观试验通常仅能聚焦于简单的参数变化，来开展相应的数据测量工作。与之形成鲜明对比的是，三维随机骨料细观数值模拟方法能够有效弥补宏观试验的这一局限，深入揭示混凝土内部的损伤演化历程与传力机制。

图6展示了基于有限元模型计算所取的28 d龄期混凝土纵剖面的轴向应力分布情况。为便于描述

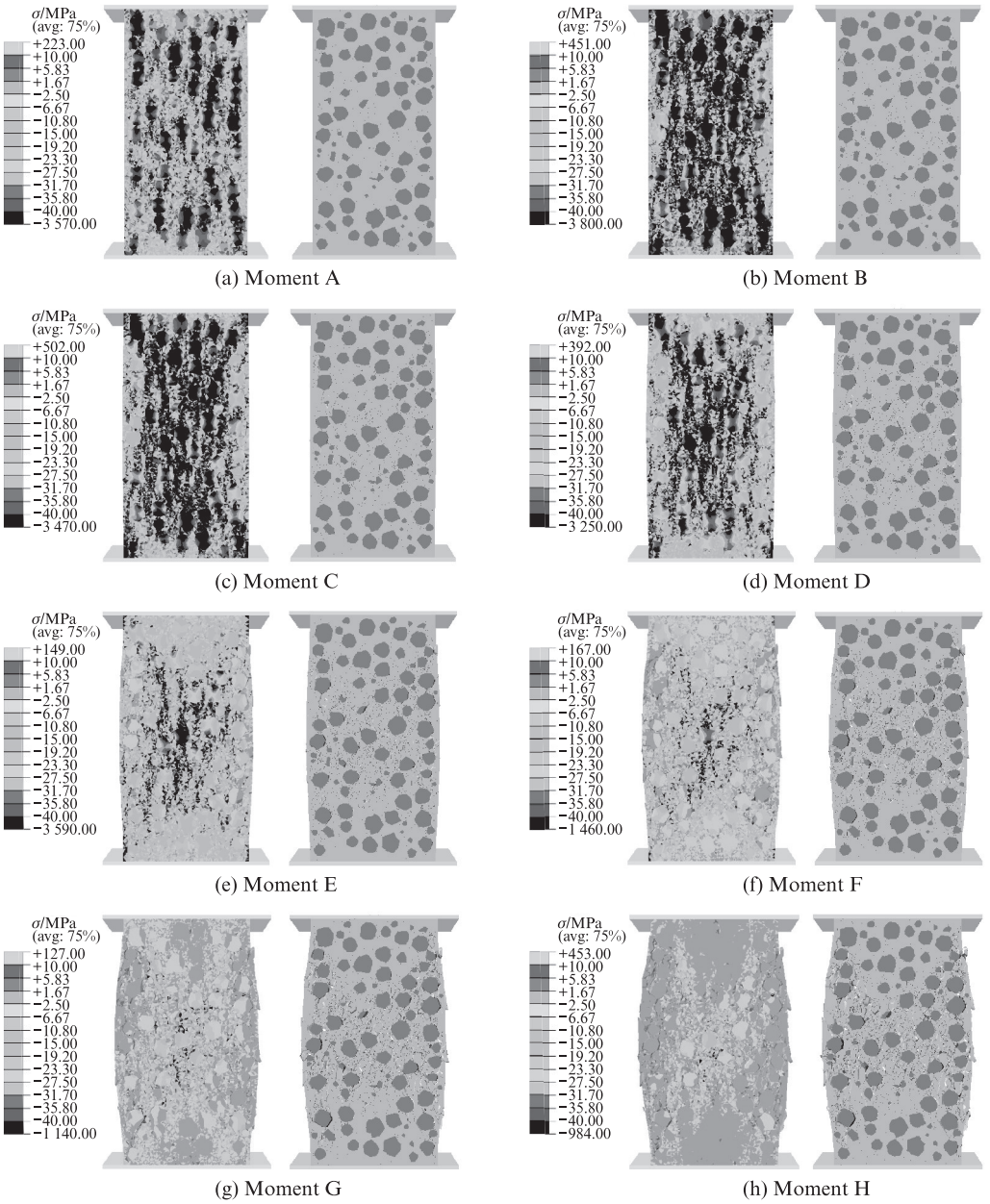


图6　模型预测出的典型试件轴向应力分布云图

Fig. 6　Cloud maps of model-predicted axial stress distribution for the typical specimen (t = 28 d)

试件的受力全过程，定义了8个特征点A～H，涵盖σ-ε曲线的上升段、峰值及下降段。由图6可见：(1) A时刻，粗骨料因弹性模量较高而承担较大的压应力，典型试件顶部和底部处的砂浆出现压应力集中，其余区域的砂浆应力水平较低，从而导致相邻骨料间形成纵向短带状的传力路径。(2) B时刻，短带状的传力路径纵向贯通，形成条带状的传力路径；与A时刻相比，传力路径的长度和密度均显著增加，在宏观上表现为轴向应力的提高。(3) C时刻，轴向应力达到峰值；受端部环箍效应的影响，试件两侧的砂浆中出现泛红受拉区，导致中部的传力路径呈捏缩收紧状态。(4) D时刻，试件两侧的泛红受拉区逐渐向中间扩展，导致传力路径的密度急剧减小，在宏观上表现为轴向应力的降低；同时，ITZ处出现大量微裂缝。(5) E时刻，泛红受拉区继续向中间扩展，导致轴向应力进一步降低；同时，试件中部出现明显的鼓曲变形。(6) F时刻，传力路径几乎完全消失，混凝土内部微裂缝开始相互贯通。(7) G时刻，试件仅中部核心区域承受较大的压应力，内部裂缝迅速扩展，鼓曲变形显著加剧。(8) H时刻，两侧的混凝土被压碎并剥落，导致试件形成对顶的角锥状破坏；截面上出现2处损伤程度较低的角锥状区域。

2.5 龄期对混凝土损伤过程的影响分析

图7为模型预测得到的典型试件在不同龄期下的轴向应力-应变曲线。由图7可见：随着龄期的延长，混凝土的抗压刚度(σ-ε曲线初始线性段的斜率)、轴心抗压强度(σ-ε曲线峰值点的轴向应力)及峰值应变均显著增大，峰后轴向应力的下降速率加快。

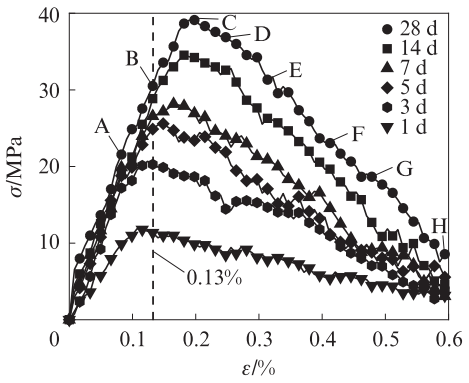


图7 模型预测得到的典型试件在不同龄期下的轴向应力-应变曲线

Fig. 7 Model-predicted axial stress-strain curves for the typical specimen at different ages

图8为模型预测得到的典型试件在不同龄期下的轴向应力分布云图(ε = 0.13%)。由图8可见：低龄期试件因砂浆、ITZ和MII的力学性能较差(图4)，无法形成完整的传力路径；当龄期由1 d增至7 d时，传力路径的长度和密度显著增加，宏观上表现为f_{cp}的快速提升，这一现象可归因于水泥水化反应在此期间较为活跃；当龄期进一步增至14、28 d时，试件两侧受拉区面积逐渐增大，传力路径捏缩收紧趋势加剧，导致f_{cp}的增速显著下降。

图9为模型预测得到的典型试件在不同龄期下的轴心受压破坏模式。由图9可见：(1)在最终破坏时，模型中部的混凝土出现大量竖向裂缝和斜裂缝，而端板附近的混凝土损伤程度较低，与试验观测结

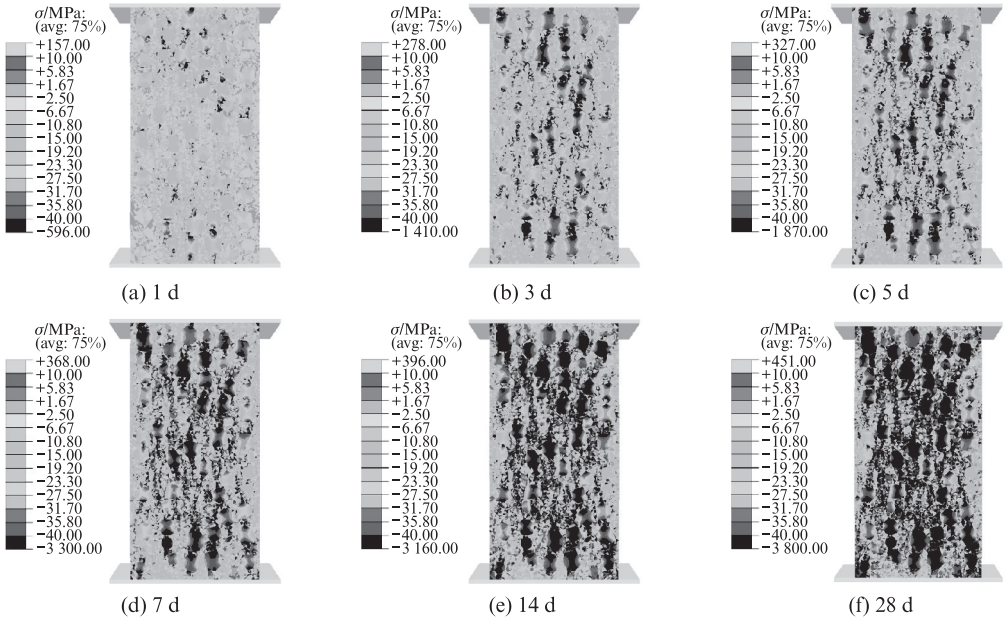


图8 模型预测得到的典型试件在不同龄期下的轴向应力分布云图

Fig. 8 Cloud maps of model-predicted axial stress distribution for the typical specimen at different ages (ε = 0.13%)

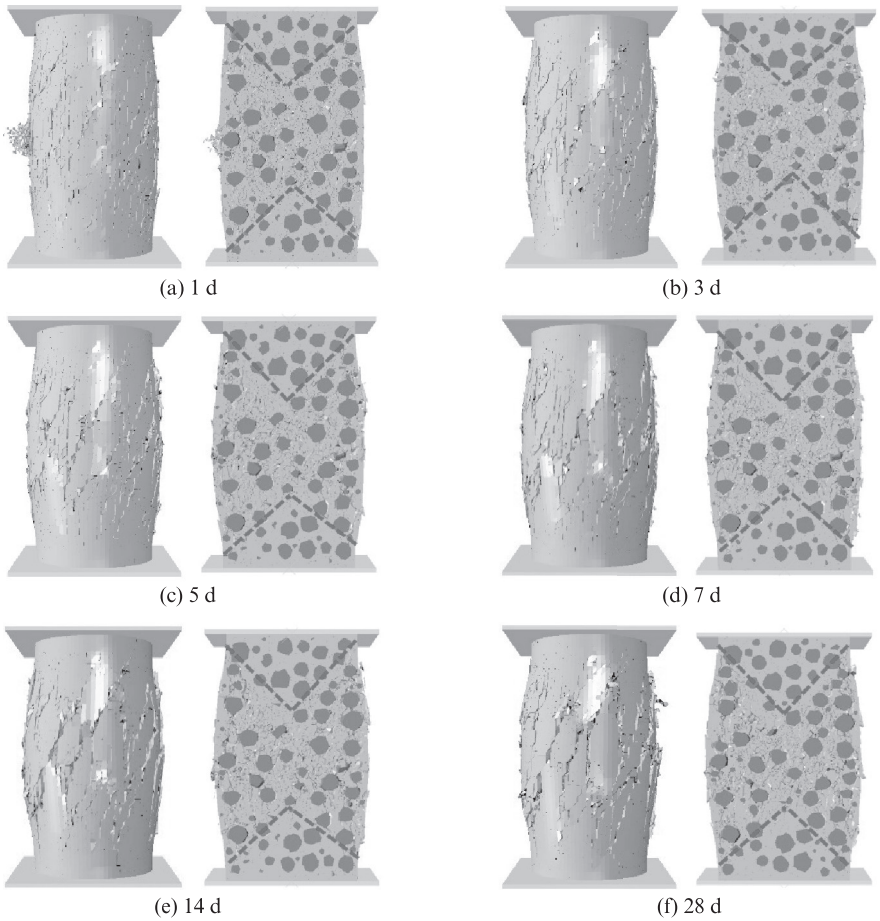


图9　模型预测得到的典型试件在不同龄期下的轴心受压破坏模式

Fig. 9　Model-predicted axial compression failure modes for the typical specimens at different ages

果一致（图2）。（2）在靠近端板的角锥状区域中，混凝土未发生明显破坏；而其他区域出现大量围绕粗骨料发展的微裂缝。值得注意的是，所有模拟结果中角锥状区域的高度均小于混凝土的底面直径。这意味着将圆柱体试件的高度设为底面直径的2倍能够有效消除环箍效应的影响，从而确保测试结果准确反映混凝土的实际力学性能。因此，GB/T 50081—2019《混凝土物理力学性能试验方法标准》和ACI 318-19 *Building Code Requirements for Structural Concrete*规定，混凝土抗压强度和弹性模量的标准试件高度为其底面边长的2倍。

3　结论

（1）当龄期由1 d逐渐延长至28 d时，混凝土的轴心抗压强度提升62.3%～223.9%，但增速逐渐减缓。与此同时，试件的破坏模式表现出愈发显著的脆性特征，这主要归因于水泥水化程度的提高和内部微观结构的致密化。

（2）基于所建立的细观有限元模型，揭示了混凝土圆柱体试件的轴心受压破坏过程：加载初期，相邻骨料间形成短带状的传力路径；随着荷载的增大，传力路径延长、增密并相互连接成条带状；随后，裂缝自试件中间高度两侧出现并向内扩展，致使传力路径的长度和密度骤减，宏观上表现为轴向应力的降低；最终，传力路径完全消散，试件发生对顶的角锥状破坏。

（3）通过分析模拟得到的轴向应力-应变曲线、轴向应力分布云图和破坏模式，揭示了养护龄期对混凝土轴压性能的影响机制：养护初期，水泥水化反应活跃，混凝土内部传力路径的长度和密度随龄期增加而显著提升；当龄期增至14、28 d时，受拉区的面积迅速增大，导致混凝土抗压强度随龄期延长而增速下降。各龄期模型在最终破坏时均出现围绕粗骨料发展的微裂缝及损伤程度较低的角锥状区域，且角锥区域的高度均小于混凝土底面直径。

参考文献：

[1] PENG X, ZHUANG Z X, YANG Q W. Predictive modeling of compressive strength for concrete at super early age [J]. Materials, 2022, 15(14): 4914.

[2] 蒋睿. 早期养护方式对超高性能混凝土性能的影响[J]. 硅酸盐

学报,2020,48(10):1659-1668.
JIANG Rui. Influence of early curing method on properties of ultrahigh-performance concrete [J]. Journal of the Chinese Ceramic Society, 2020, 48(10):1659-1668. (in Chinese)

[3] 朱天宇,陈忠辉,张令非,等.粒径计算方法对细观混凝土数值建模的影响[J].建筑材料学报,2024,27(2):106-113,145.
ZHU Tianyu, CHEN Zhonghui, ZHANG Lingfei, et al. Influence of particle size calculation method on numerical modeling of meso-concrete[J]. Journal of Building Materials, 2024, 27(2):106-113,145. (in Chinese)

[4] 阮征,陈力,洪建,等.骨料和砂浆等影响混凝土强度的细观层次机理分析[J].建筑材料学报,2014,17(6):952-958.
RUAN Zheng, CHEN Li, HONG Jian, et al. Mesoscopic analysis on the mechanism of effects of aggregate and mortar on concrete strength[J]. Journal of Building Materials, 2014, 17(6): 952-958. (in Chinese)

[5] WITTMANN F H, ROELFSTRA P E, SADOUKI H. Simulation and analysis of composite structures[J]. Materials Science and Engineering, 1985, 68(2):239-248.

[6] JIANG N D, ZHANG H Z, CHANG Z, et al. Discrete lattice fracture modelling of hydrated cement paste under uniaxial compression at micro-scale [J]. Construction and Building Materials, 2020, 263:120153.

[7] 陈欣,李杰.混凝土微-细观随机断裂模型参数的识别与标定[J].土木工程学报,2022,55(11):1-9.
CHEN Xin, LI Jie. Parameter identification and calibration of the mesoscopic stochastic fracture model for concrete[J]. China Civil Engineering Journal, 2022, 55(11):1-9. (in Chinese)

[8] 黄平明,潘旭鹏,牛艳伟,等.基于离散元的钢筋混凝土梁极限承载力研究[J].工程力学,2022,39(10):215-226.
HUANG Pingming, PAN Xupeng, NIU Yanwei, et al. Research on ultimate bearing capacity of reinforced concrete beam based on discrete element method[J]. Engineering Mechanics, 2022, 39(10):215-226. (in Chinese)

[9] 熊学玉,肖启晟.基于内聚力模型的混凝土细观拉压统一数值模拟方法[J].水利学报,2019,50(4):448-462.
XIONG Xueyu, XIAO Qisheng. A unified meso-scale simulation method for concrete under both tension and compression based on cohesive zone model[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2019, 50(4):448-462. (in Chinese)

[10] CABALLERO A, LÓPEZ C M, CAROL I. 3D meso-structural analysis of concrete specimens under uniaxial tension [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2006, 195(52):7182-7195.

[11] HUANG Y Q, HU S W. A cohesive model for concrete mesostructure considering friction effect between cracks [J]. Computers and Concrete, 2019, 24(1):51-61.

[12] 吴志军,张鹏林,刘泉声,等.基于零厚度粘聚力单元的钢筋混凝土板在爆炸荷载下的动态破坏过程分析[J].工程力学,2018,35(8):79-90,110.
WU Zhijun, ZHANG Penglin, LIU Quansheng, et al. Dynamic failure analysis of reinforced concrete slab based on cohesive element under explosive load[J]. Engineering Mechanics, 2018, 35(8):79-90,110. (in Chinese)

[13] ZHOU W, TANG L W, LIU X H, et al. Mesoscopic simulation of the dynamic tensile behaviour of concrete based on a rate-dependent cohesive model[J]. International Journal of Impact Engineering, 2016, 95:165-175.

[14] ZHOU R X, LU Y, WANG L G, et al. Mesoscale modelling of size effect on the evolution of fracture process zone in concrete[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2021, 245:107559.

[15] ZHANG L F, XIE H, FENG J L. Mesoscale modeling and failure mechanism of concrete considering pore structures and actual aggregate shapes[J]. Construction and Building Materials, 2022, 353:129133.

[16] NADERI S, TU W L, ZHANG M Z. Meso-scale modelling of compressive fracture in concrete with irregularly shaped aggregates [J]. Cement and Concrete Research, 2021, 140:106317.

[17] ZHANG L F, SUN X T, XIE H, et al. Three-dimensional mesoscale modeling and failure mechanism of concrete with four-phase[J]. Journal of Building Engineering, 2023, 64:105693.

[18] 吴彰钰,张锦华,余红发,等.基于三维随机细观模型的珊瑚混凝土力学性能模拟[J].硅酸盐学报,2021,49(11):2518-2528.
WU Zhangyu, ZHANG Jinhua, YU Hongfa, et al. Numerical analysis on mechanical properties of coral aggregate concrete using 3D random mesoscale model[J]. Journal of the Chinese Ceramic Society, 2021, 49(11):2518-2528. (in Chinese)

[19] THILAKARATHNA P S M, KRISTOMBU B K S, MENDIS P, et al. Mesoscale modelling of concrete a review of geometry generation placing algorithms constitutive relations and applications[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2020, 231: 106974.

[20] WRIGGERS P, MOFTAH S O. Mesoscale models for concrete: Homogenization and damage behavior[J]. Finite Elements in Analysis & Design, 2006, 42(7):623-636.

[21] SHAHBEYK S, HOSSEINI M, YAGHOOBI M. Mesoscale finite element prediction of concrete failure[J]. Computational Materials Science, 2011, 50(7):1973-1990.

[22] ZHANG Z H, SONG X G, LIU Y, et al. Three-dimensional mesoscale modelling of concrete composites by using random walking algorithm [J]. Composites Science and Technology, 2017, 149:235-245.

[23] ZHANG H, SHENG P Y, ZHANG J Z, et al. Realistic 3D modeling of concrete composites with randomly distributed aggregates by using aggregate expansion method[J]. Construction and Building Materials, 2019, 225:927-940.

[24] MA D P, LIU C, ZHU H B, et al. High fidelity 3D mesoscale modeling of concrete with ultrahigh volume fraction of irregular shaped aggregate[J]. Composite structures, 2022, 291:115600.

[25] 黄宇劼,张慧,高超,等.考虑纤维取向特征的超高性能混凝土三维细观断裂[J].硅酸盐学报,2024,52(2):555-568.
HUANG Yujie, ZHANG Hui, GAO Chao, et al. 3D mesoscale fracture of ultra-high performance concrete with fibre orientation characteristics[J]. Journal of the Chinese Ceramic Society, 2024, 52(2):555-568. (in Chinese)

[26] FULLER W B, THOMPSON S E. The laws of proportioning

concrete[J]. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 1907, 57(2):67-143.

[27] 潘子超，阮欣，陈艾荣.基于任意级配的二维随机骨料生成方法[J].同济大学学报(自然科学版)，2013，41(5)：759-764.
PAN Zichao, RUAN Xin, CHEN Airong. Simulation method of random aggregate in two dimension based on arbitrary gradation [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2013, 41(5): 759-764. (in Chinese)

[28] 赵卫平，刘英健，何华飞，等.早龄期三维随机骨料混凝土劈裂抗拉数值模拟[J].哈尔滨工业大学学报，2025，57(5)：114-126.
ZHAO Weiping, LIU Yingjian, HE Huafei, et al. 3D numerical simulation on splitting tensile strength of early-age concrete with random aggregates[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2025, 57(5): 114-126. (in Chinese)

[29] 赵卫平，刘英健，生兆川，等.三维细观早龄期混凝土导热性能数值模拟[J].材料导报，2025，39(10)：111-120.
ZHAO Weiping, LIU Yingjian, SHENG Zhaochuan, et al. 3D mesoscopic numerical simulation on thermal conductivity of early-age concrete[J]. Materials Reports, 2025, 39(10): 111-120. (in Chinese)

[30] ZHAO W P, ZHU B R. Theoretical model for the bond-slip relationship between ribbed steel bars and confined concrete[J]. Structural Concrete, 2018, 19(2):548-558.

[31] 欧阳幼玲，陈迅捷，蔡跃波.不同骨料混凝土的界面结构特征及极限拉伸性能[J].建筑材料学报，2011，14(6)：834-838.
OUYANG Youling, CHEN Xunjie, CAI Yuebo. Interfacial microstructure characteristics and ultimate tensile properties concretes with different kinds of aggregates[J]. Journal of Building Materials, 2011, 14(6):834-838. (in Chinese)

[32] CHEN B, ZHANG X, WANG R T, et al. Detect concrete cracks based on OTSU algorithm with differential image[J]. The Journal of Engineering, 2019, 2019(23):9088-9091.

[33] 徐仲卿.早龄期混凝土材料与构件力学性能试验研究[D].北京：北京交通大学，2016.
XU Zhongqing. Experimental research on mechanical properties of early age concrete materials and structures[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2016. (in Chinese)

[34] 寇剑锋，徐绯，郭家平，等.黏聚力模型破坏准则及其参数选取[J].机械强度，2011，33(5)：714-718.
KOU Jianfeng, XU Fei, GUO Jiaping, et al. Damage laws of cohesive zone model and selection of the parameters[J]. Journal of Mechanical Strength, 2011, 33(5):714-718. (in Chinese)

[35] BENZEGGAGH M L, KENANE M. Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus[J]. Composites Science and Technology, 1996, 56(4):439-449.

[36] 刘超，耿佳硕.基于混合断裂模式的内聚力单元混凝土细观模型关键参数分析[J/OL].工程力学[2023-12-20]. https://link.cnki.net/urlid/11.2595.O3.20231220.1015.002.
LIU Chao, GENG Jiashuo. Critical parameter analysis of concrete cohesive element microscopic model upon mixed fracture modes [J/OL]. Engineering Mechanics[2023-12-20]. https://link.cnki.net/urlid/11.2595.O3.20231220.1015.002.(in Chinese)

[37] 顾凯欣，梁诗雪，吴君宁，等.基于随机骨料的混凝土构件损伤模拟[J].科技通报，2024，40(9)：13-17，55.
GU Kaixin, LIANG Shixue, WU Junning, et al. Concrete component damage simulation based on random aggregates[J]. Bulletin of Science and Technology, 2024, 40(9):13-17, 55. (in Chinese)

[38] BELLA C D, MICHEL A, STANG H, et al. Early age fracture properties of microstructurally-designed mortars[J]. Cement and Concrete Composites, 2017, 75:62-73.

[39] XI X, YIN Z Q, YANG S T, et al. Using artificial neural network to predict the fracture properties of the interfacial transition zone of concrete at the mesoscale[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2021, 242:35-54.

[40] NGUYEN D H, DAO V T N. A novel approach to estimate the evolution of fracture energy and tensile softening curve of concrete from very early age[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2018, 196:43-55.